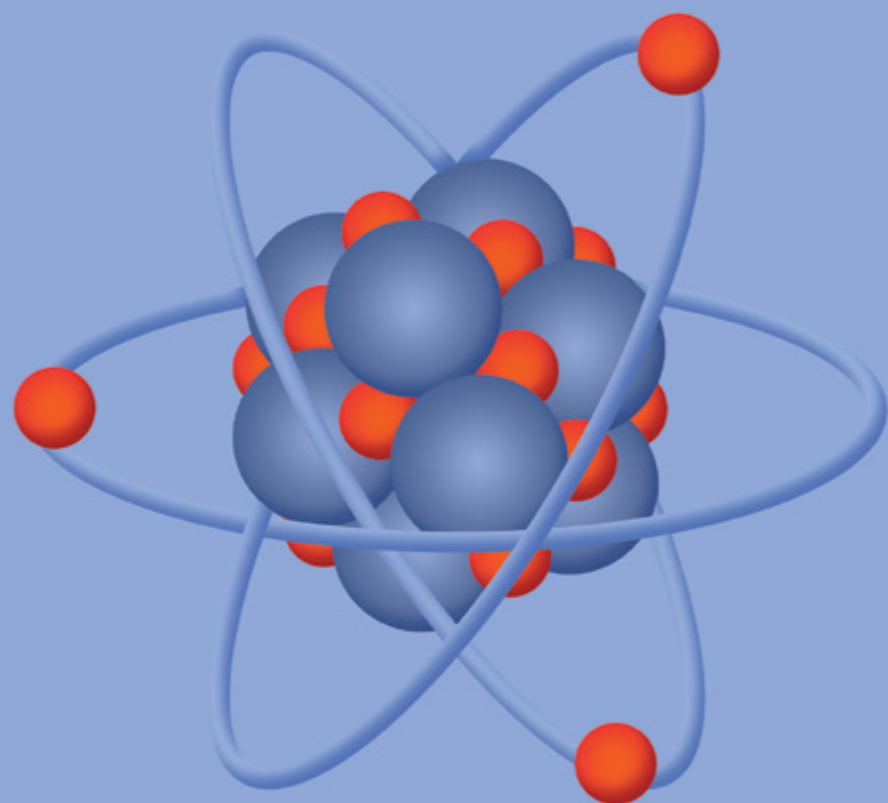


El confort intelectual provocado por los grandes números



Ismael Núñez Pereira

Doctor en Acoustique Physique (Paris 7). Doctor en Física (UdelaR – Pedeciba). Ex-profesor de Física del Instituto de Física de la Facultad de Ingeniería (UdelaR). Ex-profesor de Física del I.P.A. Ex-profesor de Física en Educación Secundaria.

Resumen

Las leyes fundamentales de la naturaleza se deben aplicar por igual a todos los sistemas físicos, desde las partículas sub-microscópicas (electrones, átomos, moléculas) hasta las estrellas y las galaxias. No obstante, a veces se piensa que las leyes de la mecánica que regula el movimiento de las partículas elementales (la *mecánica cuántica*) son diferentes de las leyes de movimiento de los cuerpos macroscópicos, como pelotas, satélites, galaxias (*mecánica clásica*). Esta idea se origina en ciertos comportamientos anti-intuitivos de las partículas elementales, completamente explicados por la mecánica cuántica, que no se observan en los cuerpos macroscópicos. En este artículo se pretende mostrar un ejemplo en el que las predicciones de las leyes fundamentales de la física (las de la mecánica cuántica) se van aproximando a los resultados familiares de la mecánica clásica cuando crece el número de partículas que componen el sistema en estudio.

Palabras clave: Mecánica cuántica, partículas elementales, probabilidad, intervalo de incertidumbre.

Title: *The intellectual comfort caused by large numbers*

Abstract

The fundamental laws of nature must apply equally to all physical systems, from submicroscopic particles (electrons, atoms, molecules) to stars and galaxies. However, it is sometimes thought that the laws of mechanics that regulate the

movement of elementary particles (*quantum mechanics*) are different from the laws of motion of macroscopic bodies, such as balls, satellites, galaxies (*classical mechanics*). This idea originates in certain anti-intuitive behaviors of elementary particles, completely explained by quantum mechanics, which are not observed in macroscopic bodies. This article aims to show an example in which the predictions of the fundamental laws of physics (those of quantum mechanics) are approaching the familiar results of classical mechanics when the number of particles that make up the system under study grows.

Keywords: Quantum mechanics, elementary particles, probability, uncertainty interval.

Introducción

En los albores de la Mecánica Cuántica (una teoría básica de la Física sobre la materia y su comportamiento) durante las primeras décadas del siglo XX, todos los experimentos hechos con las partículas atómicas y subatómicas llegaban a resultados sorprendentes y enigmáticos. Imaginemos, por ejemplo, que tenemos un átomo aislado en el interior de una caja, por lo demás absolutamente vacía. Para ubicar este átomo, no solamente necesitamos un sistema óptico de *super-aumento* (supongamos que lo tenemos), sino también una forma de 'iluminarlo', esto es, bombardearlo con luz de manera que esta se refleje y llegue a nuestro sistema de *super-aumento*. Este destello de luz que rebota en el átomo

nos permitiría ubicarlo en cierto instante, pero nos deja con total desinformación sobre la dirección y velocidad con que se moverá luego de la observación. Es absolutamente impredecible dónde va a estar el átomo una fracción de tiempo posterior, para intentar buscarlo allí. Tendríamos que volver a iluminarlo para ver su nueva ubicación, pero nuevamente perdemos toda información sobre su velocidad y dirección.

Este fenómeno, que en principio parece ser una mera dificultad tecnológica debida a la intervención del observador, no lo es. Varios experimentos fueron hechos muchas veces en diversas condiciones en los principios del siglo XX y apuntaban a una conclusión general, la cual fue postulada por el físico alemán Werner Heisenberg (1901-1976) en forma de principio: si ubicamos con precisión una partícula elemental, perdemos toda información sobre su velocidad luego de la observación. Y recíprocamente, podríamos obtener con precisión la velocidad de una partícula al costo de perder toda información sobre su ubicación. Naturalmente, están todos los casos intermedios: si averiguamos aproximadamente en qué zona está la partícula en cierto instante, también podemos obtener un valor aproximado de su velocidad, con cierto margen de error. Lo único predecible es la 'probabilidad' de que una partícula estuviese en tal o cual lugar y la 'probabilidad' de que fuese con esta u otra velocidad. Este postulado fue llamado *principio de incertidumbre* por Heisenberg (Gettys, 2006, Serway, 2003). La fuerza de los hechos llevó a la conclusión de que no se trataba de ninguna limitación tec-

nológica para la observación, sino un principio fundamental de la Física. Si llamamos Dx al intervalo de incertidumbre en la posición de una partícula de masa m , y designamos como Dv a la indeterminación de su valor en la velocidad, el principio de Heisenberg adopta la expresión matemática (en caso de las menores incertidumbres posibles)

$$\Delta x \Delta v = \hbar/2m \quad (1)$$

donde \hbar es una constante universal sumamente pequeña (constante de Planck), aproximadamente 1×10^{-34} en el sistema internacional de unidades (metros, kilogramos y segundos). De la expresión (1) se deduce que, si la masa de la partícula es de proporciones macroscópicas (digamos, gramos o miligramos) el producto de las incertidumbres es tan pequeño que pueden considerarse nulas desde el punto de vista práctico.

El impacto filosófico de estas observaciones y su consecuencia resumida en el principio de incertidumbre de Heisenberg llevaron a un colapso en la Física de la época. Echaba por tierra el *determinismo laplaciano*, que fue el hilo conductor del razonamiento científico desde antes de Laplace (1749-1827) y el cimiento de todo el extraordinario desarrollo de la Física desde el Renacimiento hasta el siglo XX. Según Laplace, si existiese un ser capaz de conocer en cierto instante la posición y la velocidad de todas las partículas del universo, así como las fuerzas que se ejercen entre ellas, este podría predecir todo el pasado y el futuro del cosmos. Pero si no es posible conocer simultáneamente la posición y la velocidad de

una partícula en cierto instante (principio de incertidumbre), es imposible toda predicción sobre su futuro. La ciencia física tiene que tener la posibilidad de predecir el futuro con base en la situación presente y el conocimiento de las interacciones (fuerzas) entre los cuerpos.

Un extraordinario escenario de discusiones al más alto nivel entre los científicos ocupó las primeras décadas del siglo pasado. Albert Einstein (1879-1955) no aceptaba que las leyes de la Física no fuesen deterministas. Mantuvo discusiones famosas con otros físicos fundadores de la mecánica cuántica, entre ellos el danés Niels Bohr (1885-1962) y el polaco Max Born (1882-1970). Decía Einstein que *Dios no juega a los dados con el universo* (carta del 4 de diciembre de 1926 enviada a Max Born). Se dice que Bohr le respondió: *Einstein, deja de decir a Dios qué hacer [a veces se añade:] con sus dados.*

Hoy se acepta completamente que las leyes fundamentales sobre el comportamiento de la naturaleza (las leyes de la Física) permiten predecir 'probabilidades' sobre el movimiento de las partículas. Si una partícula atómica o subatómica parte de cierto punto sometida durante su movimiento a fuerzas conocidas u obstáculos en su camino, las leyes fundamentales permiten predecir con exactitud con qué probabilidad llegará a otro punto (por ejemplo, sobre una pantalla ubicada luego de los obstáculos o perturbaciones en su viaje). Si se cambian las condiciones del viaje (agregando o quitando perturbaciones), entonces cambian las probabilidades de arribo a los puntos de la pantalla. Pero estas nue-

vas probabilidades también son precisamente calculables a través de las leyes físicas, introduciendo en las ecuaciones las nuevas condiciones. Contradiciendo a Einstein en su propia frase podemos decir que, efectivamente, Dios juega a los dados con el universo.

Varios experimentos demostraron que el comportamiento de las partículas de dimensiones atómicas es netamente probabilístico, independientemente de la existencia o no de un observador. Solamente se puede calcular la probabilidad de ubicación de una partícula en cierto instante a partir de las condiciones que le impone el entorno en el cual se mueve, aunque estas condiciones se conozcan con precisión.

El físico norteamericano Richard Feynman (1918-1988) ilustró la situación con ejemplos muy didácticos, en sus cursos de Física del Instituto Tecnológico de California en la década de los 60 (Feynman, 1971, 1985). Uno de sus ejemplos se expone a continuación con referencia a la figura 1. Muchas partículas vienen desde la zona izquierda a la pantalla que tiene una pequeña rendija, digamos, del orden de varios diámetros atómicos. Alguna partícula logrará pasar a través de esta rendija (muchas no lograrán pasar, sino que golpearán y serán detenidas en algún lugar de la primera pantalla). Cuando lo hace, aparece una limitación sobre su ubicación en la dirección vertical dada por el ancho de la rendija. Como consecuencia del principio de Heisenberg se origina una incertidumbre en el componente vertical de su velocidad, por lo cual no es seguro que la partícula siga en la dirección que

traía, sino que luego de atravesar la rendija existe la probabilidad de que adquiera velocidades hacia arriba o hacia abajo en la figura 1.

Por consiguiente, existe la posibilidad de que dicha partícula vaya a dar a cualquier lugar de la pantalla de recepción. La máxima probabilidad es que siga en su dirección original e incida en el centro de la pantalla receptora. Pero la probabilidad de llegada a otro punto de la pantalla no es nula, aunque va disminuyendo cuando nos alejamos del centro, hasta que se vuelve prácticamente cero en las zonas muy alejadas de él. Cuanto mayor sea el ancho de la rendija, mayor será la probabilidad de incidencia en el centro y más rápidamente cae a cero la probabilidad hacia arriba o hacia debajo de esa región. Conociendo el ancho de la rendija, la masa de la partícula y la velocidad inicial que traía antes de llegar a la rendija las leyes fundamentales de la mecánica cuántica permiten calcular con total precisión la probabilidad de que golpee en cualquier punto arbitrario de la pantalla de recepción. Lo que no pueden es asegurar que va a golpear allí.

Este resultado no parece muy sorprendente. Se puede argumentar que, de alguna manera, la partícula puede chocar con los bordes de la rendija, lo que hace que se desvíe de su dirección incidente. Pero el resultado experimental más impactante es cuando la primera pantalla tiene dos rendijas, es decir, cuando la partícula tiene más de un camino para llegar a la pantalla de recepción (Gettys, 2006). Lo que acontece entonces, está ilustrado en la figura 2.

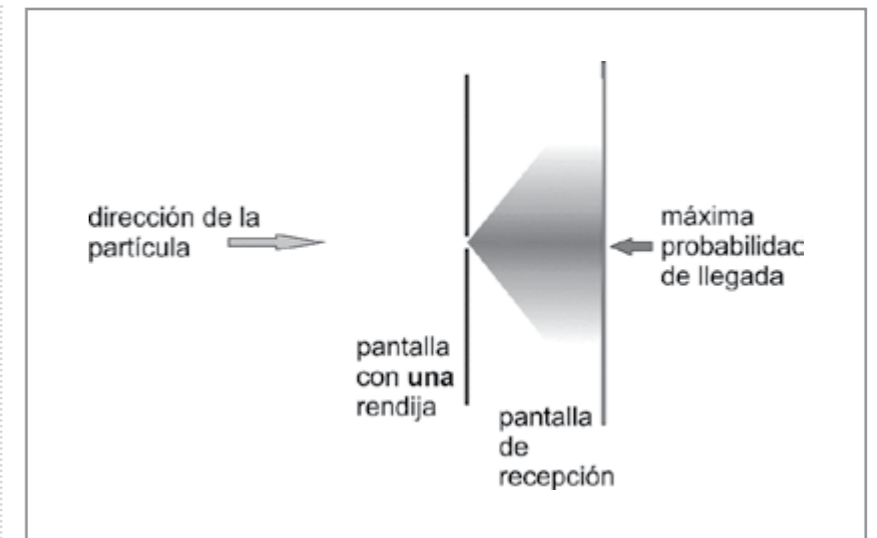


Figura 1

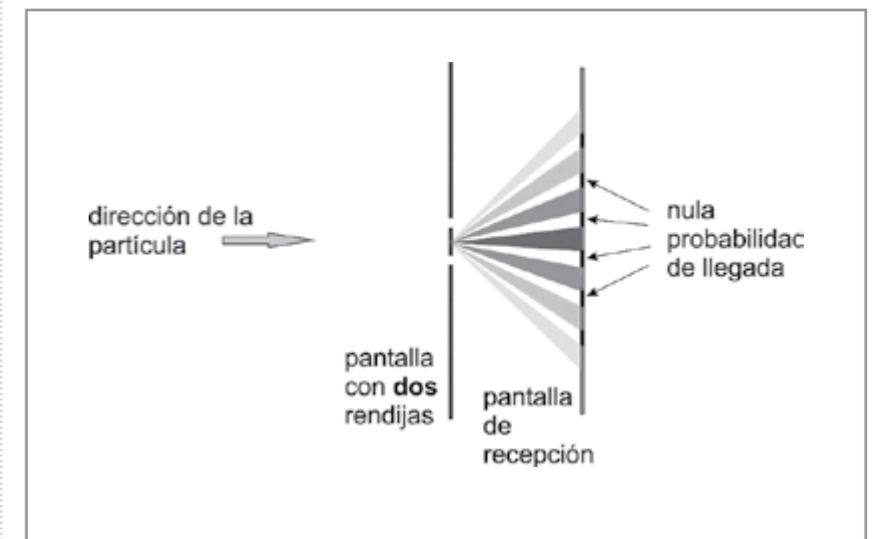


Figura 2

Aparecen zonas en las que es 'imposible' la llegada de la partícula (probabilidad nula). Alternadamente, existen zonas donde las probabilidades de llegada no son nulas, siendo la mayor en la región central como en la figura 1. Si la partícula tiene dos caminos posibles para llegar a la pantalla de recepción, entonces existen lugares en los que 'no puede' incidir. Un cambio en las condiciones espaciales que limitan el movimiento de la partícula altera las probabilidades de acceso a los puntos de la última pantalla. Nuevamente, la aplicación de las leyes básicas de la mecánica cuántica al caso de la figura 2 permite calcular con precisión la ubicación de las zonas en las que no es posible la incidencia de la partícula, así como las probabilidades de incidencia en las otras zonas.

En resumen, nos embarga un gran desasosiego intelectual: ¿es imposible predecir algo con precisión?, ¿está toda la ciencia sometida al azar? La experiencia cotidiana parece negar estas cuestiones. Cuando se suelta un cuerpo desde cierta altura, este cae. Nadie lo ha visto subir si no ha sido lanzado hacia arriba. No obstante, conforme al principio de incertidumbre, al soltar el cuerpo se conoce con precisión su ubicación, por lo que se tiene total desconocimiento sobre la velocidad y la dirección que tendrá luego de soltarlo. Podría salir disparado para cualquier lado.

¿Cómo se resuelve esto? Volvamos a la caja vacía del comienzo con un solo átomo dentro. Luego de ubicar nuestro átomo, el principio de incertidumbre nos dice que el adquirirá una velocidad en cualquier dirección del espacio. La pregunta es ¿con igual probabilidad? Si nuestro experimento está bajo la acción de la gravedad (p. ej., sobre la superficie terrestre), la respuesta es no. Existe el peso de los cuerpos. El peso de un átomo es muy pequeño, del orden de 10-18 millonésimas de gramo (esto es un cero, una coma y 17 ceros más antes de la primera cifra no nula). Esta fuerza peso hace que la probabilidad de que el átomo se dirija hacia abajo es ligeramente mayor que la probabilidad de que se mueva en otra dirección. Con esto, nadie puede asegurar que un átomo aislado dentro de la caja vacía vaya a caer. Si en lugar de uno tengo dos átomos enlazados (una molécula), el peso es apenas el doble y la probabilidad de que caiga sigue siendo muy pe-

queña. No obstante, ya vamos previendo la situación si seguimos agregando átomos entrelazados.

Sobre las condiciones iniciales

Sin adentrarnos en detalles matemáticos, indicaremos como Dx la indeterminación en la posición de una partícula en el espacio. Esto significa que la partícula se encuentra en alguna posición x desconocida pero dentro de un intervalo de longitud Dx . Lo más que podemos saber es la probabilidad de que se encuentre en el entorno de algún x dentro del intervalo de indeterminación. Si la partícula es abandonada en cierto punto, que llamaremos x_{med} , este será el de localización con mayor probabilidad. Si además no se le impone ninguna dirección preferencial de lanzamiento, las probabilidades de localización fuera de ese lugar irán disminuyendo simétricamente respecto a ese punto. Una distribución de probabilidades que se ajusta bien a estas condiciones es la llamada *gaussiana*, cuya forma gráfica se presenta en la figura 3, donde se muestra que la mayor probabilidad de localización está en torno al punto x_{med} . El área sombreada bajo la gráfica en el intervalo de incertidumbre Dx alrededor de x_{med} representa la probabilidad de que la partícula se encuentre en algún punto de esa región. En el caso de la distribución gaussiana esta probabilidad es de un 84%. Esto es lo más lejos que podemos llegar en la precisión sobre la ubicación inicial de una partícula abandonada en algún punto del espacio.

Estas conclusiones, que parecen el colmo de la imprecisión en una disciplina tan 'exacta' como la Física, no son sorprendentes. De hecho, es imposible ubicar un punto de cualquier cuerpo con una precisión infinita, y esto ya se sabía desde mucho antes de la mecánica cuántica. Siempre habrá un intervalo de indeterminación Dx que no puede ser nulo. Puede ser tan pequeño que sea despreciable en comparación a las dimensiones del cuerpo y no afectar en nada el posterior análisis del movimiento.

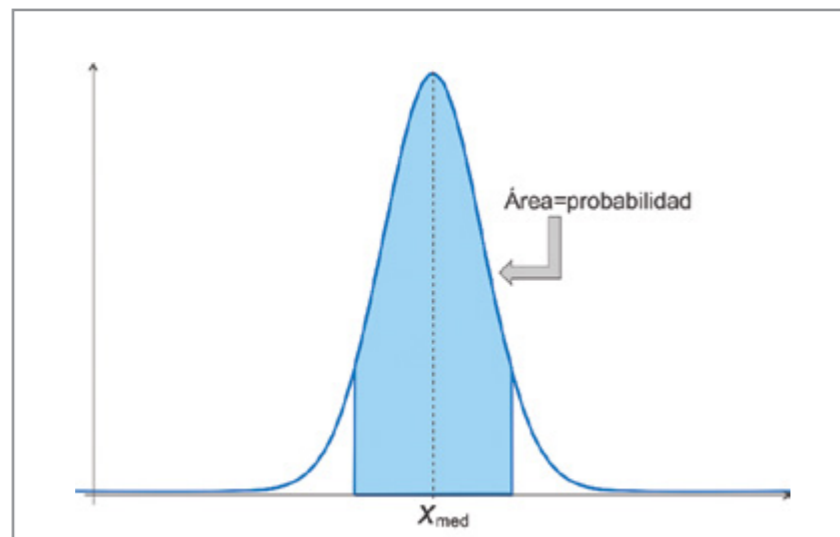


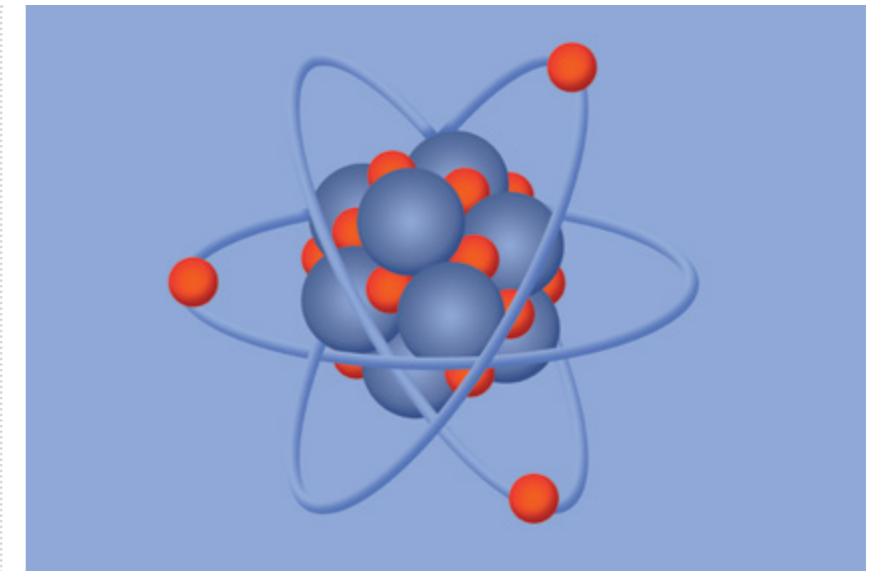
Figura 3

La partícula que sube en lugar de caer

Nos proponemos analizar qué sucede con el movimiento de un átomo que se abandona en cierto punto medio x_{med} de una región con un intervalo de indeterminación Dx en el espacio vacío, bajo la única acción de la fuerza de gravedad terrestre. Si no se le proporciona ninguna velocidad vertical inicial al átomo, todo lo que podemos decir es que el *valor medio* o valor más probable de la velocidad vertical es nulo. Pero, conforme al principio de incertidumbre de Heisenberg, existirá una indeterminación en esa velocidad.

Debido a todo esto podemos esperar que, si el átomo es abandonado en un punto del espacio con velocidad media nula y bajo la acción de una fuerza de gravedad, al cabo de un tiempo pequeño, la probabilidad de encontrarla *encima* del punto inicial no sea nula. Esto es, la partícula sube en lugar de caer, pese a la gravedad. La aplicación de las leyes de la mecánica cuántica confirma esta presunción. Los cálculos involucrados tienen cierta complejidad, pero se encuentran en la bibliografía. Adoptaremos los resultados desarrollados por Luis de la Peña (de la Peña, 2014).

Para los cálculos necesitamos la masa de la partícula. Asumamos que se trata de un átomo de carbono (podría ser cualquier otro). Supongamos una incertidumbre de 20 nm (20 millonésimas de milímetro) en su localización inicial, lo que constituye una aceptable precisión. La única acción externa sobre el átomo será la gravedad terrestre. Aplicamos los



La explicación científica de la naturaleza se derrumbaría si algunos cuerpos obedecieran a unas leyes y otros siguieran otras leyes. Lo que termina por recuperar el *confort* intelectual sobre la comprensión de la naturaleza es, lo que se llama a veces, el efecto de los grandes números.

cálculos de la mecánica cuántica para saber qué probabilidad existe de que la partícula se encuentre 'arriba' del punto de partida al cabo de un tiempo dado. Esto es, de que se haya movido en contra de la gravedad. Al cabo de 2 ms encontramos que existe un 48% de probabilidad de hallar el átomo encima del punto de partida; al cabo de 8 ms la probabilidad es de un 42% y al cabo de 16 ms es de 34%. A medida que transcurre el tiempo es menos probable encontrarla arriba y al cabo de medio segundo esta probabilidad es prácticamente nula, lo cual significa que el átomo termina 'cediendo' ante la ley de la gravedad y cae con probabilidad del 100%.

Es intelectualmente perturbador el hecho de que, en los pri-

meros instantes del movimiento, existe la posibilidad de que un objeto se mueva aparentemente contra la 'inexorable' ley de la gravitación. Según los cálculos mencionados antes, para un átomo aislado de carbono existe casi un 50% de probabilidad de encontrarlo encima del punto de partida al cabo de 2 ms del comienzo de su 'caída'. Pero nadie ha observado que un cuerpo macroscópico (granos de arena, piedras, gotas de lluvia, etc.) suba contra la gravedad. La probabilidad de encontrarlo en estas condiciones es nula, por pequeño que sea el tiempo transcurrido desde el lanzamiento. La explicación científica de la naturaleza se derrumbaría si algunos cuerpos obedecieran a unas leyes y otros siguieran otras leyes. Lo que termina por recuperar

el *confort* intelectual sobre la comprensión de la naturaleza es, lo que se llama a veces, el efecto de los grandes números. Veamos qué sucede cuando la masa de la partícula crece.

Hagamos los mismos cálculos con las leyes de la mecánica cuántica, pero para una partícula formada por varios átomos de carbono (para seguir con el ejemplo del carbono). Encontramos que, si se trata de 2 átomos, al cabo de 2 ms la probabilidad de encontrarlos arriba del punto de partida es ahora de un 46% (para un solo átomo era 48%). Si son 10 átomos juntos esta probabilidad se reduce a un 30%, si se trata de 20 átomos es de 15%, si son 40 es de 2%, etc. Así, si se trata de una partícula formada por más de 50 átomos, la probabilidad de encontrarla por encima del punto de partida es prácticamente nula en cualquier instante posterior al lanzamiento. Esto significa que la mecánica cuántica, que es la teoría fundamental de la naturaleza, converge en sus leyes a las de la mecánica clásica familiar cuando la masa de los cuerpos involucrados es mucho mayor que la de las partículas elementales y los átomos aislados.

Este simple ejemplo del átomo que puede subir bajo la acción de la gravedad puede tener consecuencias aparentemente 'antinaturales' que pueden extenderse a otros ejemplos, provocando eventos inexplicables desde el punto de vista de las leyes naturales conocidas en la ciencia macroscópica. Esto posibilitaría que nuestro átomo de carbono suba contra la gravedad para combinarse con átomos más livianos que se encuentran encima de él. Si asu-

mimos que los átomos se mueven solamente bajo la acción de la gravedad (lo que, desde luego, no es cierto) la probabilidad de tal combinación sería mucho menor si los átomos de carbono no tienen la posibilidad de subir espontáneamente contra la gravedad. Estos enlaces se producirían solamente como consecuencia de la caída de los átomos superiores o de otras fuerzas no gravitatorias.

Es importante resaltar el éxito de la mecánica cuántica en la explicación de muchos fenómenos 'aparentemente' violatorios de las leyes macroscópicas. Todo debido a que se trata de partículas de masa pequeña como las partículas elementales, los átomos y las moléculas. Además del ejemplo mencionado del átomo que sube contra la gravedad y permite que sea atrapado encima del punto de partida, existe otro fenómeno verificado experimentalmente, con aparente violación de la conservación de la energía. Una partícula elemental se puede encontrar 'atrapada' en una región donde existen fuerzas hacia adentro, que le impiden salir. A esta región se le suele llamar *pozo de potencial*. La energía de tal partícula no le es suficiente para abandonar el pozo y proyectarse al exterior. Desde el punto de vista clásico, jamás lo lograría. Pero, al igual que el ejemplo ya discutido en el cual el átomo se puede mover contra el campo gravitatorio, existe una probabilidad no nula de que la partícula escape del pozo con la energía que tiene, aunque la 'altura de la pared' (o barrera de potencial) del pozo requiera mayor energía. Este fenómeno se conoce como *efecto túnel* (Borowitz, 1973; Eisberg, 1994) y es el que explica, por ejemplo, la emisión

de partículas alfa espontáneamente por parte de los núcleos atómicos radiactivos.

Bibliografía

BOROWITZ, S. (1973): *Fundamentos de mecánica cuántica*. Barcelona: Ed. Reverté S.A.

DE LA PEÑA, L. [1979] (2014): *Introducción a la mecánica cuántica*. México: UNAM, Fondo de cultura económica, pág. 109, Problema ilustrativo 5.2.

EISBERG, Robert - R. RESNICK (1994): *Física cuántica. Átomos, moléculas, sólidos, núcleos y partículas*. México: Ed. Limusa Wiley.

FEYNMAN, R. (1971): *The Feynman Lectures on Physics*. Bogotá: Fondo Educativo Interamericano S.A.

FEYNMAN, R. (1985): *QED. The strange theory of light and matter*. EEUU: Princeton University Press

GETTYS, W. E.; F. J. KELLER; M. J. SKOVE (2005): *Física para ciencias e ingeniería*. tomo II. Madrid: McGraw-Hill. Segunda edición.

JEWETT, John W. - Raymond A. SERWAY (2003): *Física II. Texto basado en cálculo*. Madrid: Thomson editorial. Tercera Edición.